

Thème : Problèmes sur les configurations**1. L'exercice proposé au candidat**

L'exercice suivant est extrait d'un manuel de collège :

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O tel que :

$$AD = 6 \text{ cm}, DC = 12 \text{ cm et } \widehat{ADC} = 50^\circ, F \text{ est le milieu de } [DC].$$

- 1) Calculer les angles du triangle ADF et montrer que (AF) est la bissectrice de l'angle \widehat{DAB} .
- 2) La parallèle à (AF) passant par C coupe la droite (AB) en E . Montrer que $AECF$ est un parallélogramme. En déduire que E est le milieu de $[AB]$.
- 3) Montrer que les droites (EO) et (BC) sont parallèles et calculer EO .
- 4) Montrer que O est le milieu de $[EF]$.
- 5) La droite (BD) coupe la droite (EC) en I et la droite (AF) en J .
Montrer que $DJ = JI = IB$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :

1. Préciser les différents outils mis en jeu dans votre résolution de cet exercice ainsi que le niveau auquel cette résolution pourrait être abordée.
2. Faire une analyse critique de l'énoncé et de l'enchaînement entre les différentes questions. On s'attachera notamment à évaluer le rôle des différentes hypothèses dans les résultats établis.
3. On désire partir de l'énoncé précédent pour fabriquer, pour une classe de quatrième, un exercice établissant uniquement le résultat de la question 5). Rédiger un énoncé permettant d'établir ce résultat ; on veillera à ne mettre que les hypothèses indispensables.
4. Proposer un (ou deux) autre(s) exercice(s) sur le même thème.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Cinquième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Parallélogramme.	<p>Connaître et utiliser une définition du parallélogramme et des propriétés relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles.</p> <p>Relier les propriétés du parallélogramme à celles de la symétrie centrale.</p> <p>Connaître et utiliser une définition du parallélogramme et des propriétés relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles.</p> <p>Relier les propriétés du parallélogramme à celles de la symétrie centrale.</p>	<p>Ces travaux conduiront à :</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme (on veillera à toujours formuler ces propriétés à l'aide d'énoncés séparés), - la caractérisation angulaire du parallélisme. <p>Le travail entrepris sur le parallélogramme et la symétrie centrale aboutit ainsi à des énoncés précis que les élèves doivent connaître. Des séquences déductives pourront s'appuyer sur ces énoncés.</p>
Caractérisation angulaire du parallélisme.	<p>Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante.</p> <p>Connaître et utiliser les expressions : angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires.</p>	<p>On pourra utiliser également le vocabulaire suivant : angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants.</p>
Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie.	<p>Reproduire, sur papier quadrillé ou pointé et sur papier blanc, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés.</p> <p>Connaître et utiliser une définition et des propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.</p>	<p>Les problèmes de construction consolideront les connaissances relatives aux quadrilatères usuels. Ils permettront de mettre en œuvre droites et cercles et de revenir sur la symétrie axiale et les axes de symétrie.</p> <p>On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés.</p>

<p>3. Triangle</p> <p>Somme des angles d'un triangle.</p>	<p>Utiliser, dans une situation donnée, la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle isocèle.</p>	<p>La symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés.</p> <p>Exemple d'utilisation : trouver quels triangles isocèles ont un angle de 80 degrés.</p>
---	--	---

Programme de Quatrième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
<p>1. Triangles</p> <p>Milieux et parallèles.</p>	<p>Connaitre et utiliser les théorèmes suivants relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle :</p> <p>Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième.</p> <p>Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième en son milieu.</p> <p>Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.</p>	<p>La symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme permettent de démontrer ces théorèmes.</p>

Date : 06/07/05

Commission : C

Nom : MARCIANO

Prénoms : Johann

Signature : MarcianoThème : Problèmes sur les configurations :Outils mis en jeu dans la résolution :Pour les classes de cinquième :

- somme des angles d'un triangle (1)
- cas particulier du triangle isocèle (1)
- Angles particuliers - angles correspondants (1)
 - ——— alternes internes (1)
 - relation sur les angles d'un parallélogramme (1)
- Définition de la bissectrice d'un angle et propriété (1)
- parallélogramme : définitions et propriétés (2)

Pour les classes de quatrième :

- Théorèmes relatifs aux milieux de deux cotés d'un triangle (3) et (4)
- Droites remarquables d'un triangle : les médianes et propriété du point d'intersection des médianes (5)

Enoncé de l'exercice pour une classe de quatrième :

Tracer un parallélogramme ABCD de centre O.

Soit E le milieu de [AB] et F le milieu de [CD]

1) Tracer la droite (CE) elle coupe la droite [BD] en I.

Tracer la droite (AF) elle coupe la droite [BD] en J.

Que représente la droite (CE) pour le triangle ABC?

Que représente la droite (AF) pour le triangle ADC?

Date : 06/07/05

Commission : C

Nom : MARCIANO

Prénoms : Johann

Signature : *Marciano*

- 2) Que représente la droite (BI) pour le triangle ABC ?
Que représente la droite (DJ) pour le triangle ADF ?
- 3) En déduire la nature des points I et J .
- 4) Exprimer BI en fonction de BO
 $\quad \quad \quad DJ \quad \quad \quad DO$
- 5) En déduire que $DJ = JI = IB$.

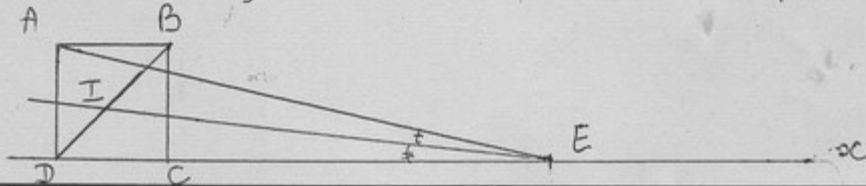
Exercice sur le même thème :

On considère un triangle ABC . On note I le milieu du segment $[BC]$ et E le milieu du segment $[AI]$

- 1) Faire une figure.
- 2) Tracer le point D , symétrique du point E par rapport au point I .
- 3) Tracer le point F , symétrique du point B par rapport au point D .
- 4) Que représente I pour le triangle BAF ?
- 5) Démontrer que la droite (BI) coupe le segment $[AF]$ en son milieu.

Autre exercice : Sur les bissectrices

Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ est un carré, E un point de $[Cx)$ et la bissectrice de AED coupe (BD) en I .

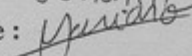


Date : 06/07/05

Commission : C

Nom : MARCIANO

Prénoms : Johann

Signature : 

Démontrer que (AI) est la bissectrice de \widehat{DAE}

Exercice : sur les médianes :

Soit D_1, D_2, D_3 trois droites concourantes en O .

Placer $A \in D_2$ mais distinct de O .

1) Tracer la parallèle à D_3 passant par A elle coupe D_1 en B

2) Tracer la parallèle à D_2 passant par B elle coupe D_3 en C

3) Tracer la parallèle à D_1 passant par C elle coupe D_2 en D

4) Tracer la parallèle à D_3 passant par D elle coupe D_1 en E

5) Tracer la parallèle à D_2 passant par E elle coupe D_3 en F .

6) Tracer le triangle ACE . Que représente la droite D_1 pour ce triangle ? Que représente le point O pour ce triangle ?

7) Avec la construction, existe-t-il un autre triangle que ACE qui aurait la même particularité ?